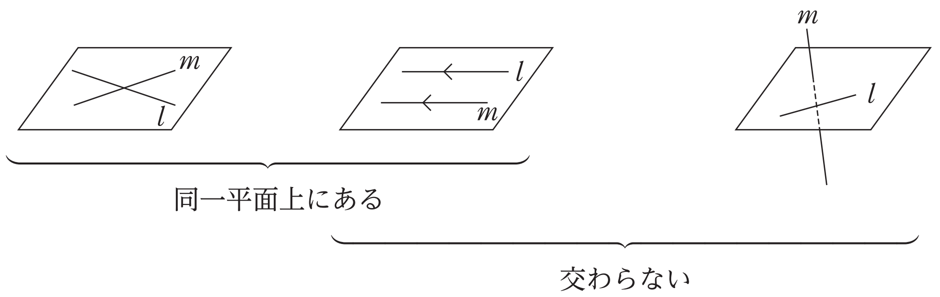
第 9 講　空間図形

PART1 直線と平面

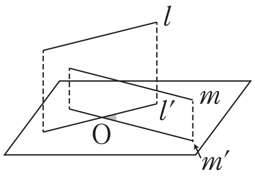
要点① 2直線の位置関係となす角

空間における異なる2直線 l, m の位置関係は，以下の3つ。

① 1点で交わる　　② 平行である　　③ ねじれの位置にある



③の場合について，空間内の1点Oを通り l, m に平行な直線をそれぞれ l', m' とすると，l', m' は同一平面上にある。このとき，l', m' のなす角を「　　　　　　　　　　」という。2直線のなす角は $90°$ 以下の範囲で考える。

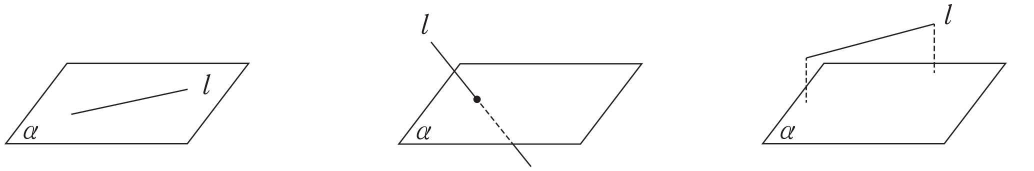


2直線 l, m のなす角が $90°$ のとき，l と m は「　　　」であるといい，l　m と書く。l と m が垂直かつ交わるとき，l と m は「　　　」するという。

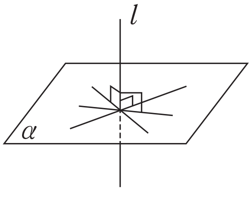
要点② 直線と平面の位置関係

空間における直線 l と平面 α の位置関係は，以下の3つ。

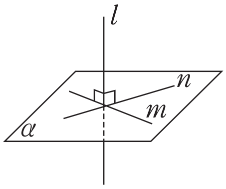
①　l が α 上にある　　②　1点で交わる　　③　平行である $(l \parallel \alpha)$



②の場合において，直線 l が平面 α 上のすべての直線に垂直であるとき，l は α に「　　　」である，または l は α に「　　　」するといい，l　α と書く。



一般に，次のことが成り立つ。

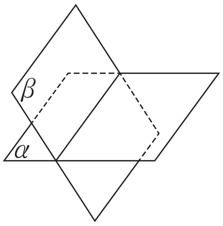


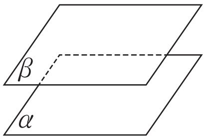
> 直線 l が，平面 α 上の交わる 2 直線 m，n に垂直ならば，
> 直線 l は平面 α に垂直である。

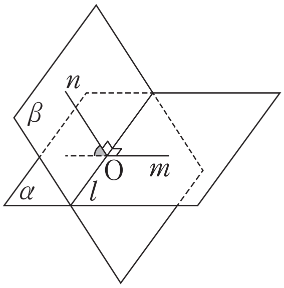
要点 ③　2平面の位置関係となす角

空間における異なる 2 平面 α，β の位置関係は，以下の 2 つ。

①　交わる　　　　　　　②　平行である$(\alpha \,/\!/\, \beta)$



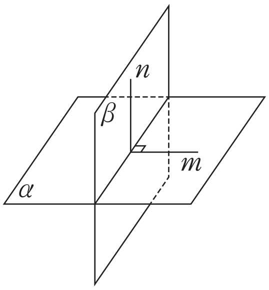




2 平面が交わるとき，その共通部分は直線となる。
この直線を「　　　」という。

交わる 2 平面の交線 l 上に点 O をとり，平面 α，β 上にそれぞれ O を通る交線 l に垂直な直線 m，n を引く。この 2 直線 m，n のなす角を，「　　　　　　　　　　　　　」という。

2 平面 α，β のなす角が 90° のとき，α と β は「　　　」である，または α と β は「　　　」するといい，α　β と書く。
2 平面の垂直について，次のことが成り立つ。



> 平面 α に垂直な直線を含む平面は，α に垂直である。

つまり，右図において $n \perp \alpha$ ならば，n を含む平面 β について，$\alpha \perp \beta$ である。

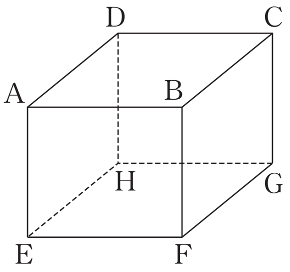
1 右図の立方体について，次の問いに答えよ。

(1) 辺 AB と垂直な辺をすべて答えよ。

(2) 2 直線 AB，EG のなす角 θ を求めよ。
ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ とする。

(3) 辺 AB と垂直な面をすべて答えよ。

(4) 面 AEHD と垂直な面をすべて答えよ。



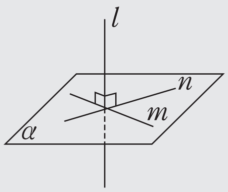
Point Pickup

空間における 2 直線のなす角

直線を平行移動させ，同一平面上でなす角を考える。垂直と直交の違いに注意。

直線と平面が垂直になるための条件

直線 l が，平面 α 上の交わる 2 直線 m，n に垂直ならば，
直線 l は平面 α に垂直である。

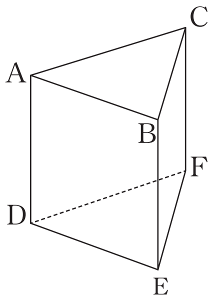


2 平面が垂直

2 平面 α，β から交線に垂直に引いた 2 直線のなす角が 90° ならば，$\alpha \perp \beta$ である。
また，平面 α に垂直な直線を含む平面は，α に垂直である。

第 9 講 PART1 確認問題

次の図は，底面が正三角形である正三角柱である。



1 辺 AB と垂直な辺をすべて答えよ。ア

ア は，次の①～④のうちから選べ。

① 辺 DE　　② 辺 CF

③ 辺 AD，BE　　④ 辺 AD，BE，CF

2 2 直線 AB，EF のなす角を θ とする。

$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ の範囲では，$\theta =$ イウ ° である。

3 辺 AD と垂直な面をすべて答えよ。エ

エ は，次の①～④のうちから選べ。

① 面 ADEB　　② 面 BEFC

③ 面 ABC　　④ 面 ABC，DEF

4 面 ABC と垂直な面をすべて答えよ。 オ 。

オ は，次の①～④のうちから選べ。

① 面 DEF　　② 面 ADEB

③ 面 ADEB，ADFC，BEFC

④ ない

[MEMO]

第 9 講　空間図形

PART1　直線と平面

1　右図の立方体について，次の問いに答えよ。

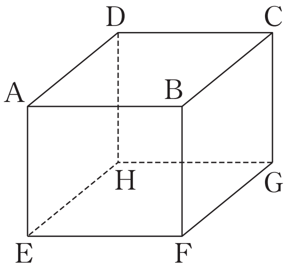
(1)　辺 AB と垂直な辺をすべて答えよ。

(2)　2 直線 AB，EG のなす角 θ を求めよ。

ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ とする。

(3)　辺 AB と垂直な面をすべて答えよ。

(4)　面 AEHD と垂直な面をすべて答えよ。



[解答]

(1)　辺 AD，AE，BC，BF，DH，EH，CG，FG

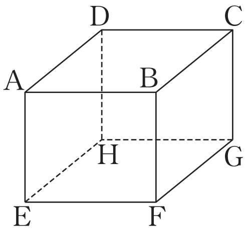
(2)　2 直線 AB，EG のなす角は，2 直線 AB，AC のなす角と等しい。

よって　　$\theta = 45^\circ$

(3)　$AB \perp AD$，$AB \perp AE$ より，辺 AB は面 AEHD に垂直

$AB \perp BC$，$AB \perp BF$ より，辺 AB は面 BFGC に垂直

よって，求める面は　面 AEHD，BFGC



(4)　(3)より，平面 AEHD と辺 AB は垂直

よって，辺 AB を含む面 ABCD，AEFB は面 AEHD と垂直

同様に，平面 AEHD と辺 HG は垂直

よって，辺 HG を含む面 EFGH，HGCD は面 AEHD と垂直

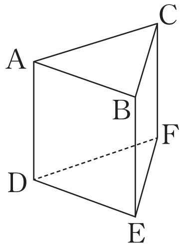
したがって，求める面は　面 ABCD，AEFB，EFGH，HGCD

第 9 講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：④

[解説]



四角形 ADEB は長方形であるから，

$AB \perp AD$，$AB \perp BE$

また，CF を平行移動して AD に重ねることができるので，$AB \perp CF$ [A]

よって，辺 AB と垂直な辺は，

辺 AD，BE，CF

> [A]　2 直線 AB，CF のなす角は，2 直線 AB，AD のなす角に等しい。「垂直」という場合，2 直線が交わらない場合も含む。

2

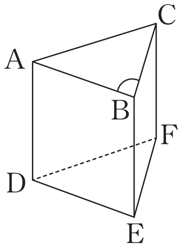
[正解] イウ：60

[解説]

EF を平行移動して BC に重ねることができるので，2 直線 AB，EF のなす角は，2 直線 AB，BC のなす角に等しい。

このなす角 θ のうち，$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ であるものは ∠ABC である。 [B]

すなわち，$\theta = $ **60°**



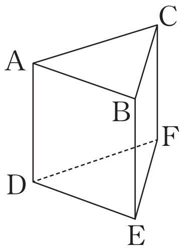
> [B]　△ABC は正三角形だから，1 つの内角は 60° である。

3 ［正解］エ：④

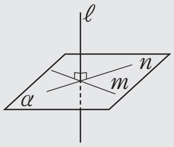
［解説］

AD ⊥ AB，AD ⊥ AC より，［C］
直線 AD は平面 ABC 上の 2 直線 AB，AC に垂直であるから，直線 AD は平面 ABC に垂直である。
同様に，AD ⊥ DE，AD ⊥ DF より，直線 AD は平面 DEF に垂直である。よって, 辺 AD と垂直な面は,

面 ABC，DEF



［C］ 直線 ℓ が，平面 α 上の交わる 2 直線 m，n に垂直ならば，直線 ℓ は平面 α に垂直である。

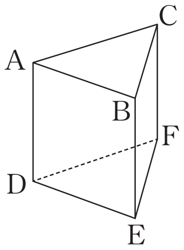
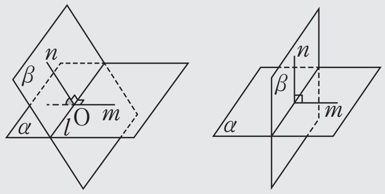


4 ［正解］オ：③

［解説］

AD ⊥ AB，AD ⊥ AC より，平面 ABC と辺 AD は垂直。
よって, 辺 AD を含む平面 ADEB，ADFC は面 ABC に垂直。［D］
同様に，面 ABC と辺 CF は垂直であり，辺 CF を含む平面 BEFC(，面 ADFC) は面 ABC に垂直。
したがって，求める面は

面 ADEB，ADFC，BEFC



［D］ 2 平面 α，β から交線に垂直に引いた 2 直線のなす角が垂直ならば，$\alpha \perp \beta$ である。また，平面 α に垂直な直線を含む平面は，α に垂直である。